Examen de Mathématiques
1ère année ISIMA

09 Février 2001

Durée 2 heures – Documents autorisés

Exercice 1 A l'aide de deux intégrations par parties, calculer

$$I = \int e^x \cos x \, dx.$$

Exercice 2 Soit l'application f, de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$, définie par

$$\begin{aligned} f(x,y) &= \frac{x^p y^q}{x^2+y^2}, \quad \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ f(0,0) &= 0 \end{aligned}$$

où $(p,q) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$. Pour quelles valeurs de p et q l'application f est–elle continue en $(0,0)$? Différentiable en $(0,0)$?

Ind. Passer en coordonnées polaires

Exercice 3 Soit la suite recurrente (u_n) définie par

$$\begin{aligned} u_0 &= 1/2, \\ u_{n+1} &= u_n^2 + \frac{3}{16}. \end{aligned}$$

1. On suppose que (u_n) converge. Calculer les limites éventuelles de (u_n).
2. Montrer que (u_n) est décroissante et minorée par 0. En déduire la limite exacte de (u_n).