

Sujet d'examen d'Analyse Numérique
ISIMA 1ère année - Partiel 1
Alex Aussem
Décembre 2002

Exercice I

On se donne :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Trouver une matrice de permutation, \mathbf{P} , et deux matrices triangulaires \mathbf{L} et \mathbf{U} telles que $\mathbf{PA} = \mathbf{LU}$. On utilisera la stratégie du pivot partiel (i.e., recherche du plus grand terme en valeur absolue sous la colonne).
2. En *déduire* le déterminant et l'inverse de \mathbf{A} .
3. On pose a_1 , a_2 et a_3 les trois vecteurs colonne de \mathbf{A} . Déterminer la matrice de projection orthogonale sur le plan engendré par les deux autres vecteurs colonne, a_2 et a_3 . Application numérique : projeter orthogonalement a_1 sur ce plan.

Exercice II.

Soit dans le plan xOy , un ensemble de n points de coordonnées (x_i, y_i) pour $i = 1, \dots, n$. On cherche à définir une droite qui passe le mieux par ces points au sens du minimum des distances entre les points et leur projection **horizontale** sur la droite.

1. Formuler ce problème comme un problème de moindres carrés dont la solution sont les deux paramètres de la droite recherchée.
2. On se donne les points $(-1, -1)$, $(1, 0)$ et $(2, 1)$. Trouver l'équation de la droite et calculer l'erreur résiduelle.