

Examen de Mathématiques
ISIMA 1ère année

31 janvier 2005

Documents autorisés : notes de cours

Exercice 1 Calculer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx},$$

où a et b sont des nombres réels.

Exercice 2 Calculer l'intégrale double

$$I = \iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy,$$

où D est donné par

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Exercice 3 Etudier la continuité de la fonction f définie par

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{\sin(x^3 + y^3)}{x^2 + y^2}, \quad \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ f(0, 0) &= 0. \end{aligned}$$

Exercice 4 Montrer que la suite $(u_n)_n$ définie par

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{1}{3}, \\ u_n &= u_{n-1}^2 + \frac{1}{4}, \quad n \geq 1 \end{aligned}$$

est croissante et majorée. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.