

**Examen de Mathématiques**  
**29 novembre 2010**

H. Toussaint

**Durée : 1h30. Le sujet est à rendre avec la copie.**

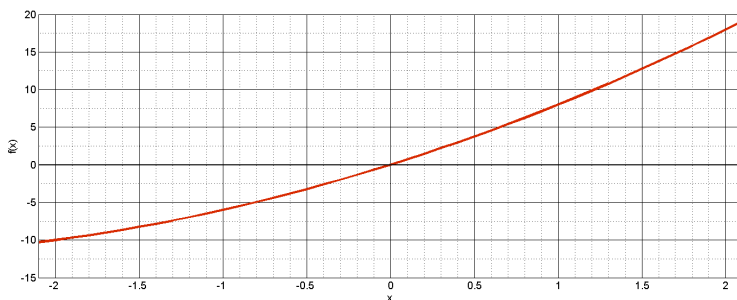
*La note tiendra compte de la rédaction et de la présentation. Toutes les réponses doivent être justifiées.*

**Exercice 1**

Donner l'interprétation géométrique de la dérivée. Illustrer par un dessin.

**Exercice 2**

Soit  $f$  une fonction continue sur  $\mathbb{R}$  dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. A l'aide de la figure, donner une estimation de  $\int_{-2}^1 f(x)dx$ .



**Exercice 3**

Soit  $u$  une fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

- 1) Sur quel ensemble est dérivable la fonction  $f(x) = e^{u(x)}$  ? Donner sa dérivée.
- 2) A l'aide de la question 1, trouver une solution à l'équation différentielle  $f'(x) = \frac{1}{x}f(x)$ . Sur quel ensemble cette solution est-elle définie ?

**Exercice 4**

Donner les limites en  $+\infty$  des fonctions suivantes :

- 1)  $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 5}{10x + 2}$
- 2)  $f(x) = \frac{|x| + 3}{x}$
- 3)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x} - x$

**Exercice 5**

Préciser sur quel ensemble les fonctions suivantes sont dérivables et donner leur dérivée :

- 1)  $f(x) = 3e^x + 5\sqrt{x}$
- 2)  $f(x) = \frac{2x^2 - 4x - 1}{x^2 + 1}$
- 3)  $f(x) = x^2\sqrt{2x + 5}$

4)  $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 10) \times (x^3 + 5x^2)$

5)  $f(x) = \cos(e^x)$

6)  $f(x) = \tan(x^2 + 2)$

7)  $f(x) = (x^2 + \sin(3x))^3$

**Exercice 6**

Soit la fonction  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 4x - 2$ . En quel(s) point(s) la courbe représentative de  $f$  admet-elle une tangente horizontale ?

**Exercice 7**

On s'intéresse à la fonction  $f$  suivante définie sur  $\mathbb{R}^+$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{\ln(1+x)} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

La fonction  $f$  est-elle  $C^1$  sur  $\mathbb{R}^+$  ?