

AUTOMATES**Exercice 1 :**

1°) Minimiser l'automate suivant :

Solution :

	{1,2,3} (0)	{4,5} (1)
0→(1); 1→(0) {1} (2)	0→(0); 1→(1) {2,3} (3)	0→(1); 1→(0) {4,5} (4)
{1}	0→(3); 1→(4) {2,3}	0→(4); 1→(3) {4,5}

d'où finalement l'automate minimal :

2°) Donner une expression régulière représentant le langage accepté par cet automate.

Solution :

Il faut résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} D = \varepsilon \\ I = D1 + I0 + P1 = I0 + P1 + 1 \\ P = D0 + P0 + I1 = P0 + I1 + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = (P1 + 1)0^* \\ P = P(0 + 10^*1) + 10^*1 + 0 \end{cases} \Rightarrow P = (0 + 10^*1)^+ (0 + 10^*1)^*$$

d'où finalement $P = (0 + 10^*1)^+$

3°) Donner une grammaire engendrant le langage accepté par cet automate.

Solution :

Racine D ; Règles : $D \rightarrow 1I$; $D \rightarrow 0P$; $I \rightarrow 0I$; $I \rightarrow 1P$; $P \rightarrow 0P$; $P \rightarrow 1P$; $P \rightarrow \epsilon$

Exercice 2 :

Considérons le langage défini sur le vocabulaire $\{a,b\}$ qui est l'ensemble des mots de longueur pair tels que le nombre de a sur la première moitié du mot est égal au nombre de a sur la deuxième moitié du mot (la propriété étant évidemment aussi vraie pour les b).

1°) Construire l'APND qui accepte ce langage.

Solution :

Etat initial e ; Etat final f ; Vocabulaire de pile : $\{A\}$.

	a	b	ϵ
e	$(e,a,\epsilon) (e,A)$	$(e,b,\epsilon) (e,\epsilon)$	$(e,\epsilon,\epsilon) (d,\epsilon)$
d	$(d,a,A) (d,\epsilon)$	$(d,b,\epsilon) (d,\epsilon)$	$(d,\epsilon,Z) (f,\epsilon)$

2°) Construire la machine de Turing qui accepte ce même langage en utilisant un algorithme basé sur le principe suivant :

- marquer les a et les b de la première moitié en A et B , et ceux de la seconde moitié en α et β (pour trouver la moitié du mot, il suffit de marquer la première lettre, puis la dernière, puis la deuxième, puis l'avant dernière, etc)
- ensuite, il suffit de comparer le nombre de A au nombre de α .

Solution :

Etat final : f

	a	b	A	B	α	β	$\#$
q_0	(q_1,A,\rightarrow)	(q_1,B,\rightarrow)					$(f,\#, \rightarrow)$
q_1	(q_1,a,\rightarrow)	(q_1,b,\rightarrow)			(q_2,α,\leftarrow)	(q_2,β,\leftarrow)	$(q_2,\#, \leftarrow)$
q_2	(q_3,α,\leftarrow)	(q_3,β,\leftarrow)					
q_3	(q_4,a, \leftarrow)	(q_4,b, \leftarrow)	(q_5,A,\rightarrow)	(q_5,B,\rightarrow)			
q_4	(q_4,a, \leftarrow)	(q_4,b, \leftarrow)	(q_0,A,\rightarrow)	(q_0,B,\rightarrow)			
q_5	(q_5,a,\rightarrow)			(q_5,B,\rightarrow)	(q_6,a, \leftarrow)	(q_5,β,\rightarrow)	$(f,\#, \leftarrow)$
q_6	(q_6,a, \leftarrow)		(q_5,a,\rightarrow)	(q_6,B, \leftarrow)		(q_6,β, \leftarrow)	
f	(f,a, \leftarrow)		(p,A,\rightarrow)	(f,B, \leftarrow)		(f,β, \leftarrow)	
p							