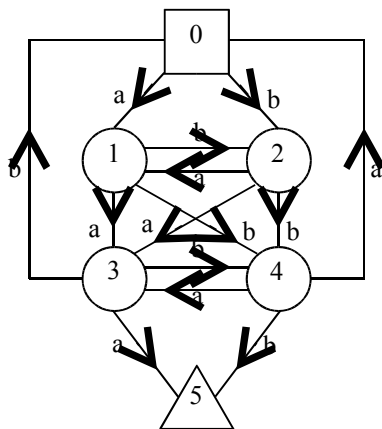


AUTOMATES

Notation : $|m|_a$ désigne le nombre d'occurrences de la lettre a dans le mot m .

Exercice 1 :

Soit M l'AFND suivant :



- 1°) Déterminer et minimiser M .
- 2°) Donner un mot de longueur 5 accepté par M , et un mot de même longueur refusé par M .

Solution :

1°) L'AFND est donné par le tableau de transition suivant :

	a	b	
0	1	2	
1	3	2,4	
2	1,3	4	
3	5	0,4	
4	0,3	5	
5	-	-	f

La détermination donne le tableau de transition suivant :

	a	b	
0	1	2	
1	3	24	
2	13	4	
3	5	04	
24	013	45	
13	35	024	
4	03	5	
5	-	-	f
04	013	25	
013	135	024	
45	03	5	f
35	5	04	f
024	013	245	
03	15	024	
25	13	4	f
135	35	024	f
245	013	45	f
15	3	24	f

Minimisation (P représente l'état puits) :

Classes de 0-équivalence :

Non finaux : {0, 1, 2, 3, 24, 13, 4, 04, 013, 24, 03, P} (0)

Finaux : {5, 45, 35, 25, 135, 245, 15} (1)

Classes de 1-équivalence issues de (0) :

a0b0 : {0, 1, 2, P} (2)

a1b0 : {3, 13, 013, 03} (3)

a0b1 : {24, 4, 04, 024} (4)

Classes de 1-équivalence issues de (1) :

a0b0 : {5, 25, 15} (5)

a0b1 : {45, 245} (6)

a1b0 : {35, 135} (7)

Classes de 2-équivalence issues de (2) :

a2b2 : {0, P} (8)

a3b4 : {1, 2} (9)

Classes de 2-équivalence issues de (3) :

a5b4 : {3, 03} (10)

a7b4 : {13, 013} (11)

Classes de 2-équivalence issues de (4) :

a3b6 : {24, 024} (12)

a3b5 : {4, 04} (13)

Classes de 2-équivalence issues de (5) :

a2b2 : {5} (14)

a3b4 : {25, 15} (15)

- Classes de 2-équivalence issues de (6) :
- a3b5 : {45} (16)
 - a3b6 : {245} (17)
- Classes de 2-équivalence issues de (7) :
- a5b4 : {35} (18)
 - a7b4 : {135} (19)
- Classes de 3-équivalence issues de (8) :
- a9b9 : {0}
 - a3b6 : {P}
- Classes de 3-équivalence issues de (9) :
- a10b13 : {1}
 - a11b13 : {2}
- Classes de 3-équivalence issues de (10) :
- a14b13 : {3}
 - a15b12 : {03}
- Classes de 3-équivalence issues de (11) :
- a18b12 : {13}
 - a19b12 : {013}
- Classes de 3-équivalence issues de (12) :
- a11b16 : {24}
 - a11b17 : {024}
- Classes de 3-équivalence issues de (13) :
- a10b14 : {4}
 - a11b15 : {04}
- Classes de 3-équivalence issues de (15) :
- a11b13 : {25}
 - a10b12 : {15}

La classe de 3-équivalence étant une partition en singletons de l'ensemble des états, l'AFD obtenu est donc minimal.

2°) ababb est un mot accepté par l'automate. ababa est un mot refusé par l'automate.

Exercice 2 :

Déterminer l'APND acceptant le langage :

$$L_1 = \{ m = m_1 m_2, m_1 \in \langle (a+c)^* \rangle, m_2 \in \langle (b+d)^* \rangle \text{ t.q. } |m_1|_a > |m_2|_b \}.$$

Solution :

Cet APND est donné par le tableau de transition suivant (f est l'état final) :

	a	c	b	d	ϵ
q ₀	(q ₀ ,a, ϵ) (q ₀ ,A)	(q ₀ ,c, ϵ) (q ₀ , ϵ)	(q ₀ ,b,A) (q ₁ , ϵ)	(q ₀ ,d,A) (q ₁ ,A)	(q ₀ , ϵ ,A) (f,A)
q ₁			(q ₁ ,b,A) (q ₁ , ϵ)	(q ₁ ,d, ϵ) (q ₁ , ϵ)	(q ₁ , ϵ ,A) (f,A)

Exercice 3 :

Déterminer la machine de Turing acceptant le langage :

$$L_2 = \{ m = m_1 m_2, m_1 \in \langle (a+c)^* \rangle, m_2 \in \langle (b+d)^* \rangle \text{ t.q. } |m_1|_a > |m_2|_b \text{ et } |m_1|_c < |m_2|_d \}.$$

Solution :

	a	b	c	d	A	B	C	D	#
q ₀	q ₁ ,A,→		q ₁ ,C,→						
q ₁	→	q ₂ ,b,→	→	q ₂ ,d,→					
q ₂		→		→					q ₃ ,#,←
q ₃	←	←	←	←	q ₄ ,A,→		q ₅ ,C,→		
q ₄	→	q ₆ ,B,←	→	→		→		→	q ₆ ,#,←
q ₅	→	→	→	q ₆ ,C,←		→		→	
q ₆	←	←	←	←	q ₇ ,A,→	←	q ₇ ,C,→	←	
q ₇	q ₄ ,A,→		q ₅ ,C,→			q ₈ ,B,→		q ₈ ,D,→	
q ₈						→		→	q _F ,#,←
q _F									

q₀ : on marque la première lettre ;

q₁, q₂ : on vérifie qu'il s'agit d'un mot de $\langle (a+b)^*(c+d)^* \rangle$;

q₃ : retour à la première lettre marquée ;

q₄ : comme un a a été marqué, on part à la recherche d'un b. Si on en trouve un, on le marque. Si on n'en trouve plus, le programme continue puisqu'il doit y avoir plus de a que de b ;

q₅ : comme un c a été marqué, on part à la recherche d'un d. Si on en trouve un, on le marque. Si on n'en trouve plus, le programme s'arrête puisqu'il doit y avoir plus de d que de c ;*

q₆ : on retourne à la dernière lettre marquée (la différence avec q₃ est que cette lettre marquée a déjà été traitée, alors que dans le cas de q₃ elle ne l'avait pas encore été) ;

q₇ : si cela est possible, on marque une lettre, sinon on va en q₈ ;

q₈ : on vérifie qu'il n'y a plus de d ;

q_F : état final.