

AUTOMATES

Cet examen comporte deux exercices qui doivent **obligatoirement être traités sur deux copies distinctes** (si vous ne traitez pas l'un des deux exercices, vous devez quand même rendre une copie blanche).

Exercice 1 (barème indicatif : 12 points) :

1°) On considère, sur l'alphabet $A = \{ a, b, c \}$ le langage L_1 des mots dont abc n'est pas un facteur :

$$L_1 = \{ m \in V^* \text{ tels que } abc \notin \text{Fac}(m) \}.$$

- Donner un AFD minimal qui accepte L_1 (démontrer la minimalité de l'automate obtenu).
- En déduire une grammaire régulière qui génère L_1 .

2°) Sur le même alphabet A , on considère le langage L_2 engendré par la grammaire $G_2 = (V_N, V_T, S, R)$ définie par $V_T = A$, $V_N = \{ S \}$ et $R = \{ S \rightarrow aSSc, S \rightarrow b \}$.

- Ecrire tous les mots de longueur inférieure ou égale à 10 engendrés par cette grammaire.
- Montrer que les mots de L_2 sont de longueur $3n + 1$, $n \in \mathbb{N}$.

$$c) \text{ Montrer que } m \in L_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = b \text{ ou} \\ \exists u, v \in L_2 \text{ tels que } m = auvc \end{cases}$$

- Déduire de la question précédente que $L_2 \subseteq L_1$.

Exercice 2 (barème indicatif : 8 points) :

Dans tout cet exercice, l'alphabet sous-jacent est $\{a,b\}$ (tous les mots considérés s'écrivent qu'avec des a et/ou des b) et ϵ désigne le *mot vide*. On notera L le langage composé de tous les mots contenant autant de caractère a que de caractère b (y compris le mot vide).

Considérons la grammaire G_1 suivante, contenant une seule variable S qui est l'axiome et ayant les trois règles suivantes :

$$(R1) S \rightarrow aSb$$

$$(R2) S \rightarrow bSa$$

$$(R3) S \rightarrow \epsilon$$

On notera $L(G_1)$ le langage généré par la grammaire G_1 .

1°) Est ce que le mot $ababab$ peut être généré par G_1 ? Justifiez.

2°) Pourquoi $L(G_1) \subseteq L$?

3°) Proposez un mot de 6 caractères de L ne pouvant *pas* être généré par G_1 (justifiez).

4°) Considérons maintenant le langage $L_2 = \{ a^{n+2}b^{2n+1} : n \geq 0 \}$.

a) Proposez une grammaire G_2 hors contexte, d'axiome S , n'utilisant que cette variable, ne contenant que *deux* règles, générant L_2 . Justifiez.

b) Proposez un APND acceptant le langage L_2 . Vous devez expliciter le formalisme utilisé pour représenter l'APND demandé (signification des étiquettes des arcs pour une représentation graphique, signification du contenu des cases pour une représentation en tableau). Décrivez en Français le principe de fonctionnement de votre APND.