

Exercice 1 – Grammaire

On se donne la grammaire G avec $V = \{S\}$, l'ensemble de ses caractères terminaux est $T = \{a, b\}$, S est l'axiome (ou variable initiale). L'ensemble de ses règles est : $S \rightarrow aSa|aSb|bSa|bSb|\lambda$ (λ désigne ici le mot vide). On notera \mathcal{L} le langage généré par G . Répondez aux questions suivantes en justifiant vos réponses.

1. Générez deux mots avec cette grammaire. Détaillez toutes les étapes de dérivation.
2. Est ce que G est une grammaire régulière ?
3. Est-ce que G est une grammaire hors contexte ?
4. Est ce que \mathcal{L} est un langage régulier ?
5. Est ce que \mathcal{L} est un langage hors contexte ?

Exercice 2 – Langage généré à partir des préfixes d'un mot. On considère l'alphabe $\mathcal{V} = \{a, b, c\}$, le mot $\nu = abcac$ et le langage $P^*(\nu)$ dont les mots peuvent être factorisé en préfixes de ν . Plus précisément, pour tout mot $m \in P^*(\nu)$, m peut être le mot vide, ou bien il existe $n \geq 1$ et ν_1, \dots, ν_n , préfixes de ν tels que m est le produit, dans cet ordre, de ν_1, \dots, ν_n (par exemple $n = 3$ et $m = \nu_1\nu_2\nu_3$).

1. Donnez trois mots de $P^*(\nu)$.
2. Donnez une expression régulière représentant le langage $P^*(\nu)$.
3. Déterminez un AFD A acceptant le langage $P^*(\nu)$.
4. Minimisez A .

Exercice 3 – Machine de Turing Ecrivez une machine de Turing qui prend en entrée (sur le ruban) un mot $a^n b^m$ (avec $n \geq 1$) et le transforme en le mot $a^{n+2} b^{m-1}$. Par exemple si au départ le ruban contient le mot $aabb$ (initialement la tête de lecture écriture est sur le caractère le plus à gauche du mot), à la fin, le ruban devra contenir $aaaabbb$ (et rien d'autre).

1. Décrivez en quelques mots l'algorithme que vous allez utiliser.
2. Votre machine de Turing devra être composée d'exactly 5 états. Décrivez votre machine sous forme graphique : un état p est représenté par un sommet numéroté et une transition entre l'état p et q sera représentée par un arc étiqueté par un triple indiquant, dans l'ordre : le caractère lu sur le ruban, le caractère à écrire sur le ruban le mouvement de la tête de lecture écriture (L pour bouger d'une case sur la gauche et R pour bouger d'une case sur la droite).
3. Que fait votre machine si l'entrée est $aabb$ (il y a 2 a et 3 b) ?
4. Que fait votre machine si le mot d'entrée débute par un b ?