

**Exercice 1 – Questions diverses (5 points).**

Répondez aux questions suivantes en justifiant vos réponses (vous pourrez utiliser des résultats vus en cours ou en TD en les citant explicitement).

1. Soit  $\mathcal{L}$  un langage hors contexte quelconque sur un alphabet  $\mathcal{V} = \{a, b, c, d, e, f\}$ . Soit  $\mathcal{L}'$  le langage composé uniquement des mots de  $\mathcal{L}$  de longueur au plus 1000. Est-ce que  $\mathcal{L}'$  est un langage hors-contexte?
2. Soit le langage composé de tous les mots sur l'alphabet  $\mathcal{V} = \{a, b\}$  qui sont tels que chaque caractère  $a$  est immédiatement suivi d'au moins deux caractères  $b$  successifs. Est ce que ce langage est régulier ? Si oui proposez un AFD qui l'accepte, une grammaire régulière qui le génère et une expression régulière qui le génère, sinon montrez que ce n'est pas le cas. Est ce que ce langage est hors contexte ? Justifiez.
3. Soit  $\mathcal{L}$  un langage hors contexte sur un alphabet  $\mathcal{V}$  (fini). On considère alors  $\mathcal{L}'$  le langage composé de tous les préfixes de longueur 100 des mots de  $\mathcal{L}$  de longueur au moins égale à 100. Est ce que le langage  $\mathcal{L}'$  est hors contexte ?
4. Soit  $\mathcal{L}$  un langage régulier sur un alphabet (fini)  $\mathcal{V}$ . Soient  $w_1, w_2, w_3$  trois mots (de longueur finie) sur l'alphabet  $\mathcal{V}$  qui ne font pas partie de  $\mathcal{L}$ . Est ce que  $\mathcal{L} \cup \{w_1, w_2, w_3\}$  est un langage régulier ?

**Exercice 2 – Machine de Turing (7 points).** Soit  $M$  une machine de Turing qui accepte le langage composé des mots non vides, sur l'alphabet  $\mathcal{V} = \{a, b\}$  qui contiennent deux fois plus de  $a$  que de  $b$ .

Décrivez la machine  $M$  sous forme graphique (un sommet par état) où une transition porte une étiquette du type  $X; Y; D$  avec  $D$  qui indique la direction de la tête de lecture/écriture qui peut être  $L$  (gauche) ou  $R$  (droit).  $X$  est le caractère lu sur le ruban et  $Y$  est le caractère qui est écrit sur le ruban lors de la transition. Une case vide sera représentée par le symbole  $\square$ . Donnez aussi une description en Français de l'algorithme que vous mettez en œuvre.

**Exercice 3 – Automate fini (8 points)**

Soit  $V = \{a, b\}$ . Soit  $L$  le langage sur  $V$  contenant les mots commençant par  $ab$  et suivi par n'importe quel mot de  $V^*$  qui ne comporte pas le sous-mot  $ab$  :

$$L = \{ ab, aba, abb, abaa, abba, abbb, abaaa, abbaa, abbbb, \dots \}$$

$$\text{Soit } \bar{L} = V^* - L = \{ \varepsilon, a, b, aa, ba, bb, aaa, aab, baa, bab, bba, bbb, aaaa, \dots, abab, \dots \}$$

- 1°) Construire un AFD,  $M$ , acceptant le langage  $L$ .
- 2°) Minimiser l'automate obtenu (ou bien, le cas échéant, prouver que l'automate obtenu est minimal).
- 3°) Donner l'expression régulière représentant le langage  $L$ .
- 4°) Dédurre de  $M$  un AFD acceptant  $\bar{L}$ . Cet AFD est-il minimal ?
- 5°) Donner l'expression régulière représentant le langage  $\bar{L}$ .