

## Probabilités et statistiques

### Exercice 1

Une boîte de chocolats contient des chocolats blancs et des chocolats noirs. Parmi les chocolats, certains sont enveloppés, d'autres non. On suppose que :

- la proportion de chocolats blancs est  $p_b = 3/4$  ;
- la proportion de chocolats blancs (respectivement noirs) enveloppés est  $e_b = 1/2$  (respectivement  $e_n = 1/3$ ).

On tire un chocolat au hasard et on considère les événements suivants :

**B** : « le chocolat tiré est blanc » ;

**E** : « le chocolat tiré est enveloppé ».

- 1) Calculer, en précisant expressions algébriques et valeurs numériques, la probabilité que le chocolat tiré soit :
  - a) enveloppé ;
  - b) blanc, sachant qu'il est enveloppé.
- 2) Les événements **B** et **E** sont-ils indépendants ?
- 3) Si les valeurs des paramètres  $p_b$ ,  $e_b$  et  $e_n$  ne sont pas fixées, quelle condition nécessaire et suffisante doit être satisfaite pour que **B** et **E** soient indépendants ?

### Exercice 2

Une variable aléatoire continue **X** qui prend uniquement des valeurs comprises entre 0 et 4 a pour densité de probabilité  $f(x) = 0,5 - ax$ , où  $a$  est une constante.

- 1) Calculer  $a$ .
- 2) Calculer  $P(1 < X < 2)$ .

### Exercice 3

Une urne contient un très grand nombre de billes de 4 couleurs différentes : rouge, bleu, jaune et vert. Un échantillon de 12 billes tirées au hasard dans l'urne a donné 2 billes rouges, 5 billes bleues, 4 billes jaunes et 1 bille verte. Tester l'hypothèse selon laquelle l'urne contient des proportions égales de billes de chaque couleur.

### Exercice 4

On teste la charge de rupture de 6 câbles métalliques fabriqués par une usine. Le test révèle une charge de rupture moyenne de 7 750 kg avec un écart-type de 145 kg, alors que le fabricant prétend que la charge de rupture moyenne est de 8 000 kg. Peut-on ajouter foi aux affirmations du fabricant au seuil de signification 0,05 ? au seuil de signification 0,01 ?