

PROBABILITES**Exercice 1 :**

Est-il possible que la réalisation d'un événement implique celle d'un autre événement et que ceux-ci soient indépendants ? Justifiez votre réponse.

Exercice 2 :

En un point d'une route, le nombre de véhicules qui passent en une minute dans une direction (disons vers l'est) obéit à une loi de Poisson de paramètre égal à 4. Le nombre de véhicules qui passent en une minute dans l'autre direction (vers l'ouest) obéit à une loi de Poisson de paramètre égal à 2. On suppose ces deux lois indépendantes.

1°) Quelle est la loi du nombre total de véhicules passant en une minute, indépendamment de la direction suivie par ces véhicules ?

2°) Si, pour une période donnée de durée égale à une minute, il passe un seul véhicule, quelle est la probabilité pour que ce véhicule aille vers l'est ?

Exercice 3 :

Un transporteur aérien a observé que 5 % en moyenne des personnes ayant réservé un siège pour un vol ne se présentent pas au départ. S'il accepte jusqu'à 240 réservations alors qu'il ne dispose que de 235 sièges pour ce vol, quelle est la probabilité pour que toutes les personnes qui se présentent au départ aient un siège ?

Exercice 4 :

La durée de vie d'une limace marine est donnée par une variable aléatoire A exponentielle de paramètre $\lambda = 0.01 \text{ jour}^{-1}$.

On note A_n la variable aléatoire donnant l'âge des limaces qui sont nées depuis n jours, c'est-à-dire telles que $A \in [n ; n + 1 [$. On a donc :

$$\mathbf{P}(A_n \leq t) = \mathbf{P}(A \leq t | A \in [n ; n + 1 [).$$

On note F et f (respectivement F_n et f_n) les fonctions de répartition et de densité de A (respectivement A_n).

1°) Déterminer, pour tout entier n , $p_n = \mathbf{P}(A \in [n ; n + 1 [)$.

2°) Montrer que, pour tout entier n , on a :

$$\forall x \in [n ; n + 1 [, f_n(x) = \frac{f(x)}{p_n}.$$

3°) La taille des limaces qui sont nées depuis n jours est donnée par la variable aléatoire :

$$T_n = T_{max} (1 - e^{-k_n A_n}),$$

où T_{max} est la taille maximale atteinte par les limaces, et où k_n est un paramètre journalier de croissance.

Déterminer la loi de T_n .