

**Exercice I :** Nestor Bib, petit entrepreneur spécialisé dans la confection de pneus de motoculteurs, possède deux sites de productions, un à Montgacon (usine  $U_1$ ) et l'autre délocalisé à Saulzet-le-froid (usine  $U_2$ ). Son centre de distribution (site  $CD$ ) est situé à Pignols. il possède enfin deux magasins, à Chanat-la-Mouteyre (magasin  $M_1$ ) et à Nébouzat (magasin  $M_2$ ). Les affaires ne vont pas bien et son spécialiste logistique lui affirme que le problème vient de la logistique. L'usine  $U_1$  produit 50 palettes et l'usine  $U_2$  40. Le magasin  $M_1$  a besoin de 30 palettes et  $M_2$  de 60. Le transporteur local, Gaston Partiel, lui a fourni une liste des trajets qu'il est susceptible d'assurer, accompagnés du prix unitaire de transport (en nouveaux kopecks) et, éventuellement de la capacité maximale de transport.

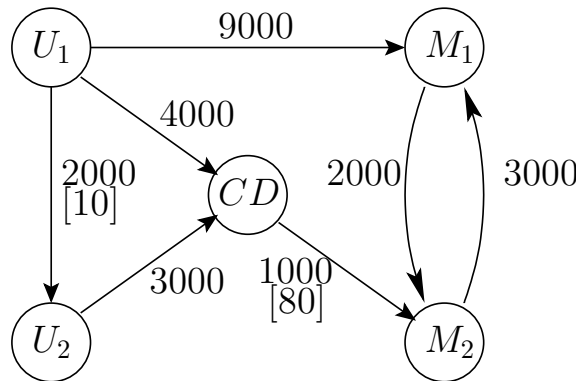


FIG. 1 – le joli plan de Gaston

- Modéliser ce problème sous forme d'un programme linéaire en vous inspirant du problème de flot sous-jacent. On rappelle que l'équation de conservation de flot impose que, pour chaque nœud, la somme des flots sur les arcs entrants plus la production du nœud doit être égale à la somme des flots sortant plus la consommation du nœud.
- Gaston est bien embêté car son frère Alphonse, qui assure la desserte  $U_1 - CD$ , est malade. Du coup, Gaston, avec sa mobylette, ne peut assurer que le transport de  $U_1$  vers  $U_2$  ou le transport de  $U_1$  vers  $CD$ , avec une capacité de 10. En introduisant une variable binaire,  $y$  qui vaut 1 si Gaston effectue le transport  $U_1 - U_2$  et 0 s'il effectue le transport  $U_1 - CD$ , modifier le problème précédent pour tenir compte du dilemme de Gaston.

**Exercice II :** Soit le programme linéaire  $P(b_1, b_2)$  suivant :

$$P = \begin{cases} \text{Max } z = x_1 - 3x_2 - 5x_3 - x_4 \\ \text{s.c.} \\ x_1 + x_4 \leq 8 \\ x_2 + x_3 \leq 8 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Le résoudre (qui l'eut cru ?).

**Exercice III :** On considère maintenant le programme linéaire suivant :

$$P = \begin{cases} \text{Max } z = 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 \\ \text{s.c.} \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 8 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 10 \\ x_1 - x_3 \leq 6 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Trouver une solution de base contenant les variables  $x_1, x_2$  et  $x_3$ . Est-elle optimale ? Dans la négative, déterminer l'optimum.