
Examen de
Programmation Linéaire
 vendredi 06/02/03 - durée 2 h
 documents de cours autorisés

Exercice I : une poterie riomoise peut produire quatre types de services de table : Limoges, Quimper, Aix et Riom. Qui plus est, le service Aix peut être fabriqué de deux manières différentes. Chaque service utilise de l'argile, de l'email, un temps de séchage, un temps de cuisson et un profit indiqué sur la table suivante :

ressource	Limoges	Quimper	Aix 1	Aix 2	Riom	disponibilité
argile	10	15	10	10	20	130
email	1	2	2	1	1	13
séchage	3	1	6	6	3	45
cuisson	2	4	2	5	3	23
profit	51	102	66	66	89	

Le potier est actuellement astreint à produire exactement la même quantité de services Aix par la première et la seconde méthode. Il recherche les quantités à produire lui permettant de dégager le plus grand profit. On suppose que les quantités à produire peuvent être fractionnaires

- (a) Formuler le problème sous la forme d'un programme linéaire.
 (b) Les informations concernant la solution optimale (primale et duale) sont reportées dans les tableaux suivants :

	valeur optimale	coût réduit	augmentation permise	diminution permise
Limoges	0	-3,571	3,571	∞
Quimper	2	0	16,667	12,5
Aix1	0	0	37,571	∞
Aix2	0	-37,571	37,571	∞
Riom	5	0	47	12,5

	variable d'écart	variable duale	augmentation admissible	réduction admissible
argile	130	1,429	23,33	43,75
email	9	0	∞	4
séchage	17	0	∞	28
cuisson	23	20,143	5,60	3,50
égalité	0	11,429	3,50	0

- b1 - quelle est la quantité optimale pour chaque service et quel est le profit associé?
 b2 - donner une interprétation **économique** des variables optimales duales, pour chacune des contraintes.
 b3 - le potier devrait-il acheter 20 unités supplémentaires d'argile au prix unitaire de 1,10 euro ?
 b4 - supposons que le nombre d'heures disponibles dans la chambre de séchage est réduite de 30 heures. Donner une borne sur la réduction du profit généré.
 b5 - dans le modèle actuel, le nombre de services Aix produits en utilisant la première méthode est le même que ceux produits en utilisant la seconde méthode. On modifie maintenant le modèle pour remplacer cette contrainte par une contrainte de type "Aix1 \geq Aix2". Dans la nouvelle formulation, est-ce qu'on produira des services par la première méthode ?

Exercice II (Problème des maillots de foot) : Une entreprise de confection de maillots sportifs veut profiter des phases finales de championnat (demi-finales et finale) pour vendre les maillots des 4 équipes finalistes. Les matchs vont durer 4 semaines. Le coût de production de chaque maillot est de 2 euros les deux premières semaines et monte à 2,50 euros les deux dernières semaines, en raison de la pression de la concurrence sur le marché du textile. La demande hebdomadaire ira en augmentant et la prévision de demande est de 5000, 10000, 30000 puis 60000 maillots. La capacité de production hebdomadaire est égale à 25000 maillots. Les deux premières semaines, l'entreprise aura la possibilité d'augmenter sa production de 10000 unités par semaine en heures complémentaires, élevant le coût unitaire de production à 2,80 euros. L'excédent de production peut être stocké au coût de 0,20 euros par unité et par semaine.

- (a) Formuler le problème de minimisation des coûts comme un programme linéaire.
- (b) Une fois le problème résolu, la direction vérifie que la demande devra varier de façon substantielle pour les 4 équipes sélectionnées pour la phase finale. La demande globale restant identique chaque semaine, la valeur des maillots variera en fonction de l'équipe et de son classement. À partir de la troisième semaine, la valeur des maillots des vaincus ira diminuant ainsi que la demande correspondante, alors que celle des deux finalistes augmentera conformément au tableau suivant :

	semaine							
	1		2		3		4	
	demande	valeur	demande	valeur	demande	valeur	demande	valeur
équipe A	1250	5	2500	6	500	3	-	-
équipe B	1250	5	2500	6	500	3	-	-
finaliste C	1250	5	2500	6	14500	8	30000	9
finaliste D	1250	5	2500	6	14500	8	30000	9

Sachant que les 4 équipes ont des chances égales d'aller en finale, formuler le problème de maximisation du profit de l'entreprise