

## ISIMA 2<sup>ème</sup> Année

Filière 2 - 5

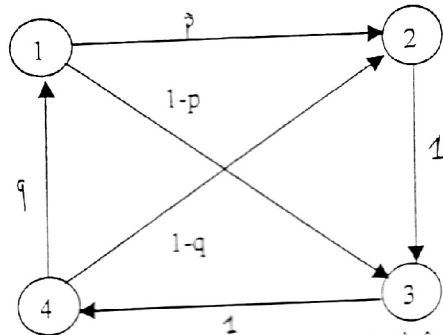
Examen de Modélisation (9 Décembre 2002)

Durée : 2 heures

Documents autorisés : Notes de cours

### Problème 1

Soit la chaîne de Markov suivante :



1. Quelles conditions  $p$  et  $q$  doivent-ils satisfaire pour que cette chaîne admette un régime stationnaire ?
2. Pour  $p$  et  $q$  vérifiant ces conditions, déterminer les probabilités d'état à l'équilibre.
3. Pour  $p$  et  $q$  vérifiant ces conditions, calculer le nombre moyen d'étapes, partant de l'état 1, pour  $y$  revenir.
4. Lorsque  $q=0$  et  $0 < p < 1$ , donner, en justifiant la réponse, la nature des différents états.

### Problème 2

Calculer le taux d'utilisation du serveur dans une file  $M/M/1/K$ .

Que représente ce taux quand  $K \rightarrow +\infty$ .

Calculer le nombre moyen de clients.

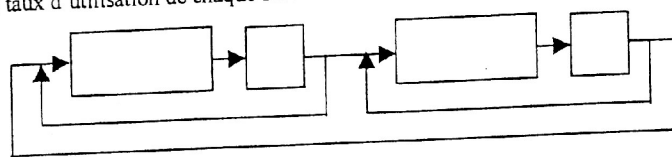
Que représente ce nombre quand  $K \rightarrow +\infty$ .

### Problème 3

1. Donner un exemple de système que l'on peut modéliser par une file  $M/M/c/c$ .
2. Calculer le nombre moyen de clients en cours de traitement dans un tel système.

### Problème 4

1. Calculer la distribution de probabilité à l'équilibre d'un réseau fermé composé de deux files d'attente  $M/M/1$  en série avec recyclage et comportant  $K$  clients dans le réseau.
2. Donner les taux d'utilisation de chaque serveur.



### Problème 5

Donner un algorithme détaillé et commenté permettant de calculer dans un réseau fermé de  $n$  stations (chaque station comprend un serveur exponentiel) et comportant  $N$  clients le taux moyen d'occupation et le nombre moyen de clients de chaque station.  
(l'algorithme de Buzen sera représenté par un sous-programme dont l'écriture n'est pas demandée)

BARÈME INDICATIF : 4 POINTS PAR PROBLÈME