ISIMA 2 - F2 et F5 Modélisation	vendredi 10 décembre 2010
Examen 1ère session 2010-2011	
Durée : 2 heures, **sujet sur 2 pages**	Documents de cours et calculatrice autorisés

Problème 1 (4)

On s'intéresse aux probabilités de panne d'une machine. La durée de vie d'une machine suit une loi exponentielle de taux $\lambda = 2$ pannes/an. La durée de réparation ou de remplacement est supposée négligeable.
1- Quelle est la loi de probabilité suivie par la durée de vie de ce système ?
Quelle est la probabilité que 2 pannes se produisent en une année ?
2- Sachant que 2 pannes se sont produites en une année, quelle est la probabilité d'avoir une panne au cours du premier mois, au cours du premier jour ?
Que pensez-vous de la répartition des pannes dans l'intervalle de temps d'un an ?

On considère **2 machines** identiques et on suppose que les durées de bon fonctionnement sont indépendantes.
3- Quelle est la loi de probabilité suivie par la durée de vie du système de 2 machines en parallèle ? De 2 machines en série ?

Problème 2 (5)

Un système de production comporte 3 machines indépendantes en série et un stock de produits finis. Une pièce usinée sort d'une machine et y retourne avec probabilité 1/4, elle passe à la suivante avec la même probabilité 1/4. Les probabilités de transition vers le stock sont 1/2, 1/2 et 3/4.
1- Ce processus définit-il une chaîne de Markov ? Quelle est sa matrice de transition ***P***.
2- Tracer son graphe des transitions.
3- Déterminer les classes d'états.
4- Existe-t-il une distribution stationnaire ? Est-elle unique ?
5- Déterminer une distribution stationnaire ?
6- Montrer que la chaîne de Markov est convergente.
7- Quelle est la limite du vecteur des probabilités d'état quand le nombre de transitions n tend vers l'infini ? En déduire la limite de P^n quand n tend vers l'infini.
8- Déterminer le nombre moyen de transitions nécessaires pour atteindre le stock la première fois en partant de la première machine.
9- En considérant que la machine n° 3 est en panne (remplacée par un container poubelle), quelle est la probabilité qu'une pièce partant de la machine n° 1 arrive au stock ?

TSVP - suite du sujet au verso >>>

Problème 3 (4)

Dans un atelier flexible la machine MU21 peut usiner deux pièces en parallèle, une troisième pièce pouvant attendre dans le buffer en entrée de cette machine. Lorsque le buffer est plein, les pièces sont rejetées vers d'autres machines. Les pièces arrivent suivant une loi de Poisson de taux λ. Les deux postes d'usinage ont chacun une durée de service qui suit une loi exponentielle de taux μ.

1- Quel est le processus stochastique qui décrit le mieux l'activité de cette machine?

2- Si le processus possède un graphe des transitions alors tracez le.

3- La notation de Kendall permet-elle de caractériser cette machine?

4- A l'aide du cours et sans calcul complexe expliciter les probabilités d'état à l'équilibre ?

5- Si nécessaire, donner la condition de stabilité ?

6- Quelle est la probabilité de rejet d'une pièce ?

7- Quel est le taux d'occupation de la machine ?

8- Quel est le nombre moyen de pièces en attente ?

9- En utilisant les résultats vus en cours exprimer : la probabilité de rejet sans buffer puis avec un buffer à 2 places

Problème 4 (4+3)

Il s'agit d'étudier un réseau ouvert composé d'une file d'attente à un seul serveur avec retour de clients. Les clients arrivent, à l'entrée du réseau, suivant une loi de Poisson de taux λ et le service est exponentiel de taux μ. Les clients sortant de la station y retournent avec une probabilité a.

1- Tracer le réseau et expliciter le vecteur q et la matrice P.

2- Déterminer le taux d'arrivée à la station. Quelle est la condition de stabilité du réseau ?

3- Déterminer le nombre moyen de clients dans le réseau ainsi que le temps moyen de séjour en fonction de λ.

4- Montrer que ce réseau est équivalant à une file M/M/1 et préciser ses caractéristiques.

On considère le réseau fermé de 3 stations M/M/1 en série avec retour de la sortie de la troisième sur l'entrée de la première. Les stations ont le même taux de service μ.

Il y a **2 clients** dans le réseau.

5- Tracer le réseau et expliciter la matrice P.

6- Déterminer les taux moyens de passage par les stations.

7- Quel est le nombre d'états du réseau ? Quelles sont les probabilités du vecteur d'état ? Quelle est la condition de stabilité du réseau ?

3- Déterminer les probabilités d'état, le nombre moyen de clients dans chaque station.