ISIMA 2 F2 et F5 - Modélisation	Mardi 20 Septembre 2011
Examen 2nde session	Durée : 2 heure
Documents de cours et calculatrice autorisés	

Barème indicatif : 5, 5, 5 et 5 ***2 PAGES***

Problème 1 (5)

On considère la chaîne de Markov dont la matrice de transition est

$$P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}.$$

1- Tracer le graphe des transitions de la chaîne de Markov.
2- Représenter les classes d'états.
3- Existe-t-il une distribution stationnaire ?
4- Est-elle unique ?
5- Déterminer une distribution stationnaire ?
6- Montrez de deux façons différentes que la chaîne de Markov est convergente.
7- Quelle est la limite des probabilités d'état et celle de $\boldsymbol{P^n}$ quand $\boldsymbol{n}$ tend vers l'infini ?

Problème 2 (5)

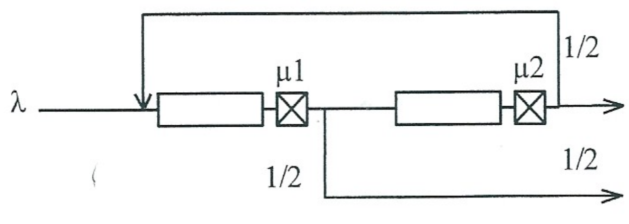
Un Système industriel ***I*** est composé de trois dispositifs indépendants ***A***, ***B*** et ***C*** dont la durée de vie suit une loi exponentielle de moyennes respectives 1/3, 1/2 et 1 **ut** (**u**nité de **t**emps). Le système ***I*** ne fonctionne que si les trois dispositifs fonctionnent.

Le système ***S*** est constitué d'un système ***I*** en fonctionnement et de 2 systèmes ***I*** en réserve pour la maintenance.

1- Quels sont les paramètres des lois exponentielles ?
2- Quelle est la loi de probabilité de la durée de vie de ***I*** ?
3- Déterminer la fonction de répartition et la densité de ***I*** et la densité de ***S***.
4- Indiquer comment calculer la durée de vie moyenne de ***I*** et de ***S*** ?
5- Donner la valeur numérique de celle de ***I***.

Problème 3 (5)

Le réseau suivant est composé de files d'attente M/M/1. Les arrivées sont poissonniennes de taux $\lambda = 3$ et les services sont exponentiels de taux $\mu_1 = 10$ et $\mu_2 = 8$.



1- Déterminer le taux d'arrivée à chaque station. Le réseau est-il stable ?
2- Déterminer le nombre moyen de clients dans les stations et dans le système ainsi que le temps moyen de séjour.
3- Quel est le débit maximum ?

Suite au verso :TSVP --->

Problème 4 (5)

Dans un atelier flexible la machine MU21 peut usiner deux pièces en parallèle, une troisième pièce pouvant attendre dans le buffer en entrée de cette machine. Lorsque le buffer est plein, les pièces sont rejetées vers d'autres machines. Les pièces arrivent suivant une loi de Poisson de taux λ. Les deux postes d'usinage ont chacun une durée de service qui suit une loi exponentielle de taux μ.

1- Quel est le processus stochastique qui décrit le mieux l'activité de cette machine?

2- Si le processus possède un graphe des transitions alors tracez le.

3- La notation de Kendall permet-elle de caractériser cette machine?

4- A l'aide du cours et sans calcul complexe expliciter les probabilités d'état à l'équilibre ?

5- Si nécessaire, donner la condition de stabilité ?

6- Quelle est la probabilité de rejet d'une pièce ?

7- Quel est le taux d'occupation de la machine ?

8- Quel est le nombre moyen de pièces en attente ?

9- En utilisant les résultats vus en cours exprimer : la probabilité de rejet sans buffer puis avec un buffer à 2 places