ISIMA 2ème Année - Filières 3 et 4

Examen de Modélisation des Processus Aléatoires (7 Décembre 2011)

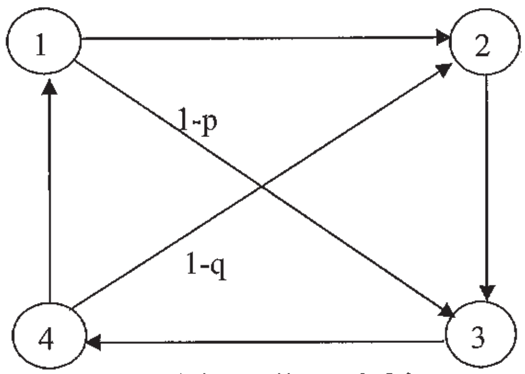
Durée : 2 heures - Documents autorisés : Notes de cours

<u>Problème 1 (3 points)</u>

Un système est formé de 4 dispositifs. Pour chaque dispositif, la fiabilité au cours d'une journée est p. Le système ne fonctionne que si au moins 2 dispositifs fonctionnent. Les réparations sont effectuées dans la nuit, un seul dispositif pouvant être réparé par nuit. Soit X_n le nombre de dispositifs en état de fonctionner au début de la $n^{ième}$ journée (n = 1, 2, ...). Montrer que $\{X_n\}$ est une chaîne de Markov et établir sa matrice de transition.

<u>Problème 2 (6 points)</u>

Soit la chaîne de Markov suivante :



1. Quelles conditions p et q doivent-ils satisfaire pour que cette chaîne admette un régime stationnaire ?
2. Pour p et q vérifiant ces conditions, déterminer les probabilités d'état à l'équilibre. Calculer le nombre moyen d'étapes, partant de l'état 1, pour y revenir.

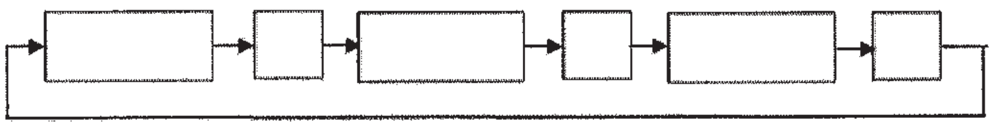
<u>Problème 3 (3 points)</u>

Calculer p_s pour un système M/M/s/s. Que représente p_s ? Calculer L et W.

<u>Problème 4 (4 points)</u>

Donner le raisonnement et les calculs permettant de calculer le nombre d'états dans un réseau fermé de n files d'attente contenant N clients.

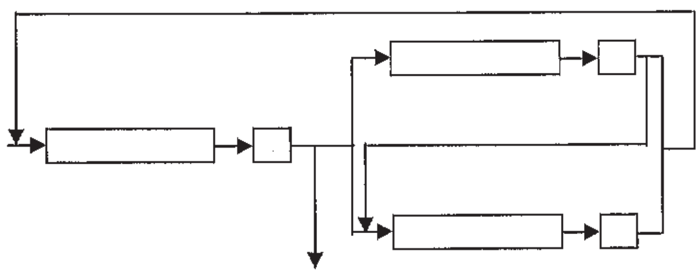
Donner le graphe des transitions du réseau suivant pour N = 3 :



Donner la matrice de la chaîne de Markov définie par ce graphe.

<u>Problème 5 (4 points)</u>

Soit le réseau ouvert composé de trois stations (lois exponentielles) et dont le processus d'arrivée suit une loi de Poisson :



Donner la condition nécessaire et suffisante de stabilité du réseau en fonction du taux moyen d'arrivée, des temps moyens de service et des probabilités de transition *(les notations utilisées sont à définir).*