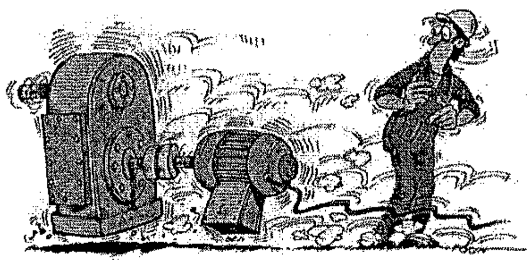
# Examen : Traitement Numérique du Signal
# ZZ2 F1-F5 - Année 2012-2013

*Les documents de cours et calculatrice sont autorisés*

## Exercice Analyse Vibratoire Numérique

Dans le cadre des méthodes de maintenance des installations industrielles, **l'analyse vibratoire** constitue une des plus répandues. En effet, les mesures vibratoires sur une machine tournante sont étroitement liées à leur comportement dynamique et à leur état fonctionnel. Elles permettent de diagnostiquer des défauts sur les machines avant que celles-ci ne subissent un fortuit : c'est de la **maintenance conditionnelle.**



La mesure du spectre de vibration permet d'identifier les fréquences de vibrations de la structure et de diagnostiquer, en cas de modification, certains types de défauts (équilibrage, défaut d'alignement, défaut de roulement, défaut sur un engrenage). Cette identification du problème permet de mettre en place des actions curatives comme un réglage ou le remplacement d'une pièce défectueuse avant la ruine de la machine et de s'affranchir du système coûteux de la maintenance systématique qui consiste à changer une pièce périodiquement, qu'elle soit usée ou non.
On définit la **vibration** comme un mouvement autour d'une position d'équilibre. Dans le cas particulier d'une machine tournant à vitesse constante, les vibrations sont forcément périodiques et liées aux vitesses de rotation des pièces mécaniques.
En pratique, la mesure se réalise par un capteur de vibration qui acquière l'accélération. Donc la chaîne de traitement est constituée de plusieurs étapes : mesure du signal par un capteur, conversion analogique-numérique, filtrage passe-bas (pour supprimer une partie du bruit), intégration multiple pour récupérer la vibration et analyse fréquentielle par transformée de Fourier discrète.
Pour la suite du problème, on considérera que le signal de vibration à temps continu est une somme d'oscillations :

$$\boxed{x(t) = \sum_{v=0}^{V} A_v \cos(2\pi f_v t + \phi_v)}.$$

### *Partie I — Acquisition et pré-traitement des signaux*

Le capteur mesure un signal à temps continu, noté $x_c(t)$ (nous rappelons que c'est une accélération). Dans un premier temps, ce signal est échantillonné afin de manipuler le signal discret $x_c[n]$.

1. En justifiant votre réponse, quelle est la fréquence d'échantillonnage $f_e$ à adopter ?

Par la suite, on va réaliser un filtrage numérique passe-bas de $x_c[n]$ pour réduire le niveau de bruit dans le signal.

2. Quelles sont les différences entre les filtres RIF et RII ?
3. Nous allons synthétiser un filtre numérique passe-bas RII de fréquence de coupure $f_c = \frac{f_e}{4}$ par transformation bilinéaire, sachant que le filtre analogique équivalent est un filtre de Butterworth du troisième ordre.
   a) Tracer le gabarit du filtre analogique équivalent.
   b) Trouver la fonction de transfert analogique (en $p$) qui respecte ces conditions.
   c) Calculer la fonction de transfert en $z$ du filtre par transformation bilinéaire.
   d) Tracer le schéma de la réalisation du filtre numérique en forme directe II transposée.

4. Expliquez les différences dans les réponses en fréquence des filtres synthétisés par les méthodes RII se basant sur des filtres de Butterworth, Tchebychev I, Tchebychev II et elliptique.

Finalement dans ce pré-traitement, nous allons intégrer numériquement le signal $x_c[n]$ (homogène à une accélération) afin d'obtenir un signal $x[n]$ homogène à une vibration (déplacement).

5. Démontrer que la fonction de transfert d'un intégrateur numérique peut s'écrire $H_T(z) = \frac{1}{2f_e}\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$. (vous utiliserez la méthode des trapèzes [1] pour le calcul numérique d'une intégrale)

En pratique, on utilise la fonction de transfert suivante :

$$H_I(z) = \frac{1+z^{-1}}{2}(\alpha H_R(z) + (1-\alpha)H_T(z)) \text{ avec } \alpha = \frac{3}{4}$$

où $H_R(z) = \frac{1}{f_e}\frac{1}{1-z^{-1}}$ est la fonction de transfert d'un intégrateur numérique en utilisant la méthode des rectangles.

6. En justifiant votre réponse, est-ce que ce filtre est stable ?
7. Calculez la transformée en $z$ inverse de $H_I(z)$ ? Comment peut-on appeler ce signal ?
8. Donnez la réponse en fréquence de ce filtre.
9. Donnez l'équation aux différences de ce filtre c'est-à-dire la relation entre $x[n]$ et $x_c[n]$.

## *Partie II — Analyse par observation fréquentielle*

Nous avons maintenant un signal discret échantillonné à la fréquence $f_e$ de la vibration $x[n]$. Nous avons vu dans l'introduction que l'on peut modéliser ce signal par une somme d'oscillations.
De plus, les fréquences de ces oscillations sont supposées être espacées d'au moins $\frac{f_e}{100}$ et le rapport maximal de leur amplitude est de 50. On souhaite une présicion de $\frac{f_e}{1000}$ sur le positionnement des fréquences.
L'analyse spectrale est réalisée à partir d'un échantillon de $N$ valeurs de $x[n]$ à l'aide d'une transformée de Fourier discrète modifiée (utilisant une fenêtre d'apodisation)

1. Rappeler la définition de la transformée de Fourier discrète modifiée.
2. Quelle est la relation entre la résolution fréquentielle et le nombre d'échantillons de la transformée de Fourier ?
3. Expliquez le principe du *zero padding*. Quelle est la conséquence de cette technique sur la transformée de Fourier discrète ?
4. Quel est l'intérêt d'utiliser une fenêtre de pondération avec une transformée de Fourier discrète ?
5. Déterminez en détaillant les différents paramètres : $N$ (nombre de points du signal), $h$ (fenêtre d'apodisation) et $L$ ( $L \geq N$ correspondant au nombre de points utilisés dans le *zero padding*) de façon à remplir les critères exigés.

| Fenêtres de pondération | Rectangulaire | Barlett | Hanning | Hamming | Blackman |
|---|---|---|---|---|---|
| Atténuation en dB entre lobe principal et secondaire | 13 | 24 | 31 | 43 | 57 |
| Demi-largeur du lobe principal normalisée | $\frac{2}{N}$ | $\frac{4}{N}$ | $\frac{4}{N}$ | $\frac{4}{N}$ | $\frac{6}{N}$ |

FIGURE 1 – Paramètres des fenêtres d'apodisation

1. Aire d'un trapèze : $\frac{(b+B)}{2}h$, où $b$ est la petite base, $B$ la grande base et $h$ la hauteur.