

Partiel de Programmation Dynamique

Vincent BARRA

Mercredi 8 décembre 2004

Aucun document autorisé

Exercice 1 - Le problème des mines d'or

La mine A contient T_A tonnes d'or et la mine I T_I tonnes. Une machine servant à l'extraction peut être utilisée dans l'une ou l'autre mine. Mise en service dans la mine A, il y a une probabilité

- q_A qu'elle permette d'extraire une fraction f_A de l'or qui s'y trouve et qu'elle soit, après cela, encore en état de fonctionner
- $1 - q_A$ qu'elle soit, dès sa mise en service, inutilisable.

Il en est de même dans la mine I avec des valeurs q_I et f_I .

Si la machine fonctionne encore après avoir été utilisée une première fois, elle peut être réutilisée aussi bien dans la mine A que dans la mine I, et le processus peut encore être itéré une fois. Dans tous les cas, la machine est mise au rebut au maximum après trois utilisations.

Proposer une modélisation du problème sous la forme d'un programme dynamique, permettant de trouver le plan d'exploitation des deux mines qui rende maximale l'espérance de la quantité totale d'or extraite.

Application numérique : $T_A = T_I = 216T$, $f_A = q_I = \frac{1}{2}$, $q_A = f_I = \frac{1}{3}$

Exercice 2 - Problème de réapprovisionnement

Un éleveur doit se réapprovisionner en aliments pour ses poules. Pour cela il se rend dans un magasin spécialisé avec b euros en poche. Le magasin propose N aliments différents, chaque produit k étant caractérisé par son prix v_k (en euros) et son poids p_k (en kilogrammes). L'éleveur cherche à acheter une quantité maximale d'aliments (toutes marques confondues) sans dépasser son budget b .

1- Modéliser ce problème sous la forme d'un processus de décisions séquentielles

2- Résoudre ce problème avec les données numériques suivantes :

Aliment k	1	2	3	4
v_k	20	30	40	50
p_k	10	15	30	40

 et $b=60$.